中国农业大学

2018~2019学年春季学期

**线性代数（B）**课程考试试题（A卷）（**2019.6.**）

## 填空题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分，请将合适的答案填在

## 每题的空中）

**1.已知3阶矩阵，且，**

**则 4 .**

**2.行列式的所有元素的代数余子式之和是 1 .**

**3. 设为3阶方阵且行列式，（其中为3阶单位阵）.**

**则 36 .**

**4．若方程组无解，则的值为\_\_\_\_\_-2\_\_\_\_\_．**

**5．已知实二次型是正定的，则常数**

**的取值范围是 \_\_\_****\_\_\_\_．**

**二、** **选择题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内）**

**1**．**设矩阵** , **为**的**伴随矩阵，则****【 D 】**．

**(A)** **； (B)** **； (C)** **； (D)** **．**

**2. 设都为阶可逆矩阵，且，则【 C 】**

**(A) ； （B）； (C) ； （D）**

**3. 设，若矩阵的伴随矩阵的秩为1，则必有【 D 】．**

**(A) 或； (B) 或；**

**(C) 或； (D) 或．**

**4．设矩阵通过初等行变换变成矩阵，则下列结论正确的是【 A 】**

**(A) 的行向量组与的行向量组一定等价；**

**(B) 的行向量组与的行向量组一定不等价；**

**(C) 的列向量组与的列向量组一定等价；**

**(D) 的列向量组与的列向量组一定不等价；**

**5. 设向量组线性相关，则下列结论正确的是【 C 】**

**(A) 的部分组一定线性相关；**

**(B) 的部分组一定线性无关；**

**(C) 的缩短组一定线性相关；**

**(D) 的延伸组一定线性相关.**

**三、（10分） 计算下面n阶行列式的值**

**.**

**解.** 第2行乘以,…,第n-1行乘以,第n行乘以,然后全部加到第1行，得

.

再按第1行展开，得





**另解：**按第1行展开可以建立递推关系式

 (其中为右下角的n-1阶行列式)

然后用归纳法得出结果. 按步骤相应给分.

**四、（14分） 当为何值时，线性方程组**

****

**无解，有惟一解，有无穷多解？并在有无穷多解的情况下，写出它的通解.**

**解** 将原方程组的增广矩阵化为阶梯型：

**.**

（1）当时原方程组无解；

（2）由于系数矩阵的秩小于4，因此不论取何值，原方程组都没有唯一解；

（3）当时，原方程组有无穷多解.

此时原方程组等价于：



一般解为

取任何值；

（4）当时原方程组也有无穷多解. 此时原方程组等价于：



一般解为

，****取任何值。

**五、(12分) 设是阶方阵，且,其中是3阶单位矩阵。**

**（1）证明可逆； （2）若，求矩阵**

**解**  （1）由，得，

故可逆.

(2) ,

 ,

得

.

**六、(12分) 设3阶矩阵**

**（1）问为何值时，相似于对角阵？**

**（2）当相似于对角阵时，求可逆矩阵,使为对角矩阵。**

**解** （1）.

特征值1的几何重数等于代数重数1，因此相似于对角阵当且仅当特征值

-1的几何重数等于代数重数2，从而秩.

所以k=0.

(2)对应于特征值的两个线性无关特征向量为

;

对应于特征值的特征向量为.

令， 则

**七、（14分） 已知二次曲面方程**

****

**经过正交变换 化为标准形**

1. **求的值； （2）求正交变换矩阵*P*。**

**解** （1） 令

，

则.

由|A|=|D|,知*a=*0*,* 或*a=*1*.*

再由A与D有相同的特征值，得a=1.

（2）属于特征值1的特征向量是线性方程组(*E* -*A*)X=0的非零解，即方程组



的非零解. 解得属于特征值1的线性无关特征向量为



正交化、单位化得

属于特征值4的特征向量是线性方程组(4*E* -A)X=0的非零解，即方程组



的非零解. 解得属于特征值4的线性无关特征向量为，

单位化得 从而

****

**八 、（本题满分8分）**

**（1）设都是阶矩阵，是阶单位矩阵. 若**

**，**

**证明：可逆，且其逆为；进一步验证.**

**（2）设是阶实矩阵，证明：若正定，则的秩为.**

**证** （1）由知，所以可逆，且其逆为.

、

又，故. 因此，.

所以  、

(2) 由正定，知也正定, 从而的秩为.

又因为秩（）=秩（），所以的秩为.